Langages Formels - Grammaires

TD n°1

Isa Vialard
vialard@lmf.cnrs.fr

March 21, 2024

Exercise 1 :
Donner une grammaire produisant le langage des palindromes sur un alphabet Σ. Ce langage est-il algébrique ?

Exercise 2 :
Montrer que la famille des langages algébriques est fermée par :

1. union
2. image miroir
3. intersection avec un langage rationnel
4. morphisme

Exercise 3 :
Pour chacun des langages suivants, montrer qu'il est (ou qu'il n'est pas) contextuel:

- $L_1 = \{a^n b^n c^n | n > 0\}$
- $L_2 = \{a^n b^p c^n d^p | n, p > 0\}$
- $L_3 = \{a^i b^j c^k | 1 \leq i \leq j \leq k\}$

Exercise 4 : Langage généré par une Grammaire
Considérez la grammaire suivante :

$S \rightarrow aXbS | bYaS$
$X \rightarrow aXbX | \varepsilon$
$Y \rightarrow bYaY | \varepsilon$

1. Quel langage est produit à partir de X, de Y, de S ?
2. Donnez une grammaire plus simple reconnaissant le langage produit par S.
3. Quelle propriété reconnait la grammaire de cet exercice ?

Contrôle continu

À rendre pour Jeudi 28/03 16h15.

Exercise 5 :

Donner les grammaires produisant les langages suivants :

1. $\mathcal{L}_1 = \{\ a^i b^j\ :\ 1 \leq i \leq 2j-1, 1 \leq j\ \}$
2. $\mathcal{L}_2 =$ l'ensemble des expressions arithmétiques correctement parenthésée sur l'alphabet $\{\ 0, 1, (,), +, \cdot\ \}$ qui s'évalue à 2.
3. $L_3 = \{a^{n^2} | n > 0\}$

Attente de rédaction : lettres minuscules pour les lettres terminales, majuscules pour les non-terminales. Expliquer, soit pour chaque variable non terminale ce qu'elle fait (ex: la variable A sert de marqueur de fin de mot), soit pour chaque règle ce qu'elle fait (ex: cette règle sert à faire disparaitre le A marqueur de fin de mot). Dans l'idéal donner des invariants (ex: il y a toujours autant de A et de a que de B et de b à chaque étape de la production. Éventuellement donner un exemple de production $S \to \cdots \to^* u$ où vous indiquez précisément quelle règle est utilisée. Pas la peine de prouver plus que ça.

Exercise 6 :

Donnez le langage engendré par la grammaire suivante:

$S \to DTA | ab$
$T \to DTa | Da$
$Da \to abD$
$Db \to bD$
$DA \to Ab$
$A \to a$

Même attente de rédaction : pas la peine de faire une preuve par double inclusion, montrez juste que vous avez compris comment fonctionne la grammaire.